Resolución de Problemas con Sistemas de Ecuaciones

Existen problemas de diferentes naturalezas cuya solución se obtiene a partir del planteamiento de un sistema de ecuaciones lineales. Con base en los datos dados el sistema es planteado para después ser resuelto por medio del escalonamiento.

Un sistema de ecuaciones compatible no es garantía de un problema resuelto. La solución encontrada debe tener coherencia con los requerimientos del problema, ya que aún cuando el sistema de ecuaciones tenga solución, ésta puede ser inconsistente con la naturaleza de los valores que deben obtenerse.

En general, los problemas siguen tres pasos para plantear el sistema de ecuaciones:

- ✓ Recopilar los datos que se tienen.
- ✓ Recopilar los resultados que se piden.
- ✓ Relacionar datos con resultados.

EJEMPLO. Un cine tiene tres tipos de boletos: adulto, niño y adulto mayor. El precio del boleto de adulto mayor es igual a la resta del boleto de adulto menos la mitad del boleto para niño. Una familia compuesta por padres, hijo y abuelo gastó \$190.00 en los boletos, mientras que una pareja de abuelos con su nieto gastaron \$80.00.¿Cuánto cuesta cada tipo de boleto?

Considerando a (adulto), n (niño) y m (adulto mayor) las ecuaciones se plantean como sigue:

$$\begin{array}{rrrcr} a & -\frac{1}{2}n & -m & = & 0 \\ 2a & +n & +m & = & 190 \\ & n & +2m & = & 80 \end{array}$$

Mediante la eliminación por método de Gauss la solución es obtenida.

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 190 \\ 0 & 1 & 2 & 80 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & -190 \\ 0 & 1 & 2 & 80 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 80 \\ 0 & -2 & -3 & -190 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 80 \\ 0 & 0 & 1 & -30 \end{array}\right)$$

Al terminar el escalonamiento, se encuentra que el boleto de adulto mayor cuesta -\$30.00, el de niño cuesta \$140.00 y el de adulto cuesta \$40.00. Estos resultados satisfacen al sistema de ecuaciones pero no al problema; en conclusión el problema no tiene solución.

EJEMPLO. Una librería vende tomos de tres ramas de la Biología: virología, botánica y genética. El número de libros de genética es igual a la suma de libros de botánica y virología. El doble de botánica menos 30 es igual a los de genética. El doble de virología más 5 igualan a los de botánica. ¿Cuántos libros de cada rama hay?

Las incógnitas son v (virología), b (botánica) y g (genética). Las ecuaciones son

$$\begin{array}{rrrcr} g & -b & -v & = & 0 \\ -g & +2b & & = & 30 \\ & -b & +2v & = & -5 \end{array}$$

Por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 30 \\ 0 & -1 & 2 & -5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 30 \\ 0 & -1 & 2 & -5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 30 \\ 0 & 0 & 1 & 25 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -1 & 0 & 25 \\ 0 & 1 & 0 & 55 \\ 0 & 0 & 1 & 25 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 0 & 80 \\ 0 & 1 & 0 & 55 \\ 0 & 0 & 1 & 25 \end{array}\right)$$

En conclusión, existen 80 libros de genética, 55 de botánica y 25 de virología en la librería.